Cuerpo rígido

Trabajo de fuerzas

Definiciones: TRABAJO DE UNA FUERZA

$$W^{Fi} = \int \bar{F}_i \cdot d\bar{r}_i$$

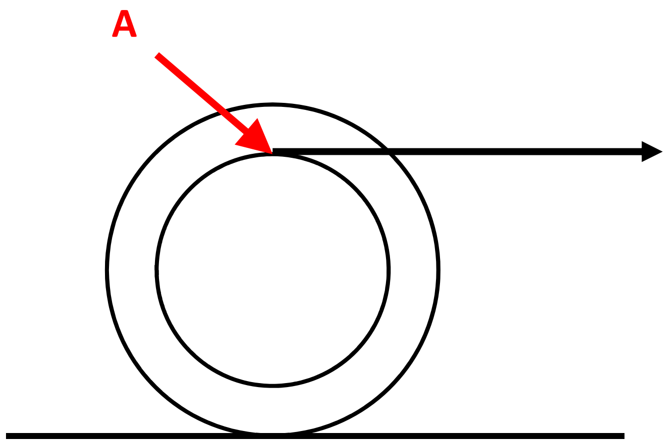
- Esto no cambia, sólo hay que considerar el desplazamiento del punto del cuerpo rígido donde se aplica la fuerza

- Si la fuerza es constante,

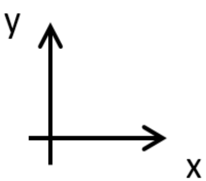
$$W^{Fi} = |\bar{F}_i| \cdot |\Delta\bar{r}_i| \cdot cos\alpha$$

Ejemplo 1

- Un disco de masa M y radio R rueda sin deslizar por una superficie horizontal cuando se aplica una fuerza F a una distancia r del CM.
  - Determinar el trabajo de la fuerza F cuando el CM se desplazó una distancia d.



Ejemplo 1



- La definición de trabajo es

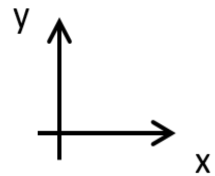
$$W^F = \int \bar{F} \cdot d\bar{r}_A = \int F\breve{\imath} \cdot dx_A\breve{\imath} = \int F \cdot dx_A$$

- ¿Cómo determinamos el desplazamiento del punto A?

- Usando condición de rigidez, como el disco rueda sin deslizar
  - $\rightarrow \bar{v}_{CM} = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{CIR\rightarrow CM} = \Omega R\breve{\imath} \ \rightarrow v_{CM} = \Omega R \ \rightarrow dx_{CM} = d\theta R$
  - $\rightarrow \bar{v}_A = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{CIR\rightarrow A} = \Omega(R+r)\breve{\imath} \ \rightarrow v_A = \Omega(R+r) \ \rightarrow dx_A = d\theta(R+r)$

- Entonces: $dx_A = \frac{(R+r)}{R} dx_{CM}$

Ejemplo 1



$$W^F = \int F \cdot dx_A = \int F \cdot \frac{(R+r)}{R} dx_{CM}$$

$$W^F = F \cdot \frac{(R+r)}{R} \int_0^d dx_{CM} = F \cdot \frac{(R+r)}{R} \cdot d$$

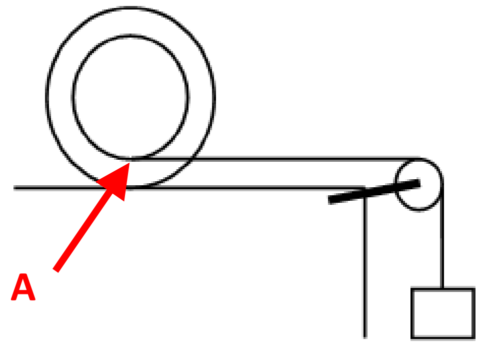
Ejemplo 2: ítem b

Un objeto está formado por dos discos que están rígidamente unidos (M_1=5kg, R_1=0,2m y M_2=3kg, R_2=0,15m). Este objeto está apoyado sobre una superficie horizontal con rozamiento tal que rueda sin deslizar. Una soga ideal está enrollada sobre el disco más pequeño y se une a un bloque de 10 kg de masa, a través de una polea ideal:

a) Calcular la aceleración angular del objeto.

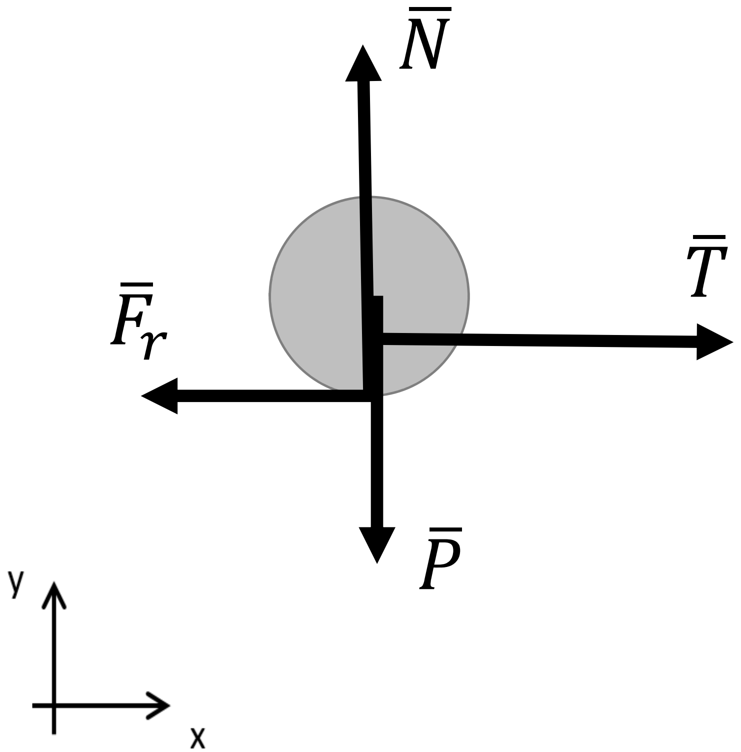
b) Calcular la velocidad angular del cilindro cuando el bloque desciende 0,1 m (considerar que el sistema está inicialmente en reposo).

c) Escribir la velocidad y la aceleración del punto más alto del objeto (A) en ese instante.



Ejemplo 2

- DCL del objeto



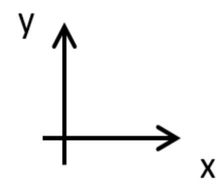
$$W^{P} = \int \bar{P} \cdot d\bar{r}_{CM} = \int -P\breve{j} \cdot dx_{CM}\breve{\imath} = 0$$

$$W^{Fr} = \int \bar{F}_r \cdot d\bar{r}_{CIR} = 0$$

$$W^{N} = \int \bar{N} \cdot d\bar{r}_{CIR} = 0$$

La normal podría mostrarse como aplicada en el centro de masa. En ese caso el trabajo también es cero porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento del CM

Ejemplo 2



$$W^T = \int \bar{T} \cdot d\bar{r}_A = \int T\breve{\imath} \cdot dx_A\breve{\imath} = \int T \cdot dx_A$$

- ¿Cómo determinamos el desplazamiento del punto A?

- Usando la condición de vínculo con el bloque (b) por una soga inextensible
  - $\rightarrow v_{Ax} = -v_{by} \rightarrow dx_A = -dy_b$. Esto significa que se desplaza una distancia d en el eje x (hacia positivos, ya que el desplazamiento del bloque es hacia los negativos)

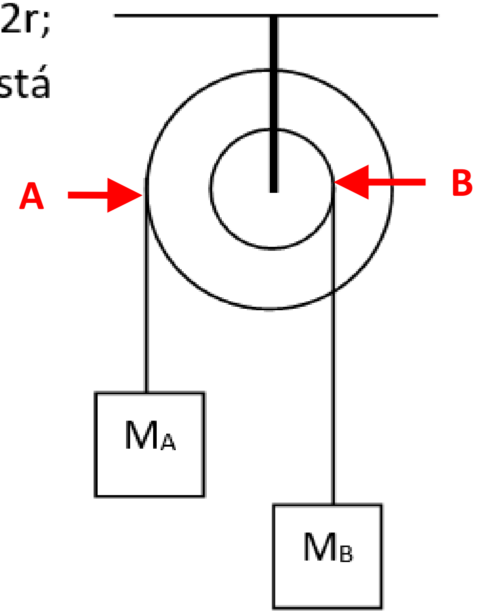
- Entonces:

$$W^T = \int_0^{d=0,1m} T \cdot dx_A = T \cdot d$$

Ejemplo 3: ítem d

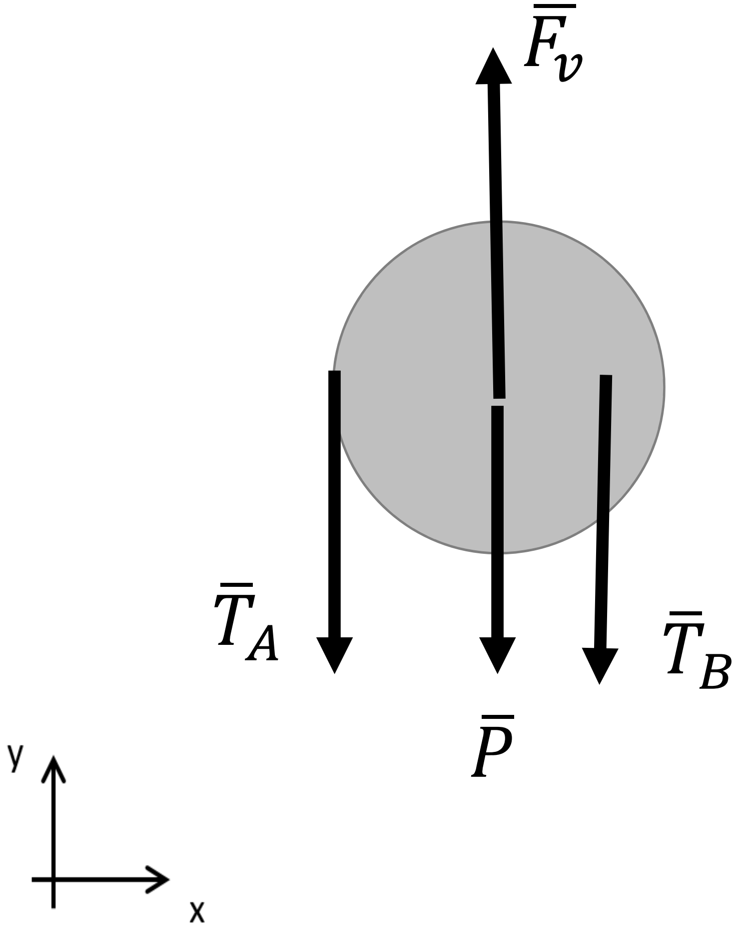
Una polea está formada por dos discos que están unidos rígidamente (M_1=4m y R_1=2r; M_2=2m y R_2=r). En cada uno de los discos hay enrollada una soga inextensible que está unida a los cuerpos M_A=M_B=m.

a) Calcular el momento de inercia de la polea.
b) Hacer el DCL de la polea y de ambos cuerpos. Escribir las ecuaciones de movimiento y los vínculos.
c) Determinar la aceleración angular de la polea.
d) Calcular la velocidad angular de la polea cuando M_A bajó una distancia d.



Ejemplo 3

- DCL de la polea



$\boxed{\text{Como la polea no se traslada, el CM es el CIR}}$

$$W^{P} = \int \bar{P} \cdot d\bar{r}_{CM} = 0$$

$$W^{F_v} = \int \bar{F}_v \cdot d\bar{r}_{CM} = 0$$

Ejemplo 3

$$W^{T_A} = \int \bar{T}_A \cdot d\bar{r}_A = \int -T_A \breve{j} \cdot dy_A \breve{j} = \int -T_A \cdot dy_A$$

- ¿Cómo determinamos el desplazamiento del punto A?

- Usando la condición de vínculo con el bloque (m_A) por una soga inextensible
  - $\rightarrow v_{mAy} = v_A \rightarrow dy_{mA} = dy_A$. Se desplaza una distancia d en el eje y hacia abajo.

- Entonces:

$$W^{T_A} = \int_0^{-d} -T_A \cdot dy_A = T_A \cdot d$$

Ejemplo 3

$$W^{T_B} = \int \bar{T}_B \cdot d\bar{r}_B = \int -T_B \breve{\jmath} \cdot dy_B \breve{\jmath} = \int -T_B \cdot dy_B$$

- ¿Cómo determinamos el desplazamiento del punto B?

- Usando condición de rigidez, como la polea sólo gira ($\bar{v}_{CM} = \bar{0}$)
  - $\rightarrow \bar{v}_B = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{CM\rightarrow B} = \Omega r \breve{J} \ \rightarrow v_B = \Omega r \ \rightarrow dy_B = d\theta r$
  - $\rightarrow \bar{v}_A = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{CM\rightarrow A} = -\Omega R \breve{J} \ \rightarrow v_A = -\Omega R \ \rightarrow dy_A = -d\theta R$
  - Entonces $dy_B = -\frac{r}{R} \cdot dy_A$.

$$W^{T_B} = \int_0^{-d} -T_B \cdot \left(-\frac{r}{R} \cdot dy_A\right) = \int_0^{-d} T_B \cdot \frac{r}{R} \cdot dy_A = -T_B \cdot \frac{r}{R} \cdot d$$